Propriétés de symétrie d'une courbe

Si pour tout h tel que a + h et a – h $\in D_f$, f(a + h) = f(a – h) ,
alors la droite d'équation x = a est axe de symétrie de C_f

exemple 1

Montrer que la droite d'équation $x = \frac{3}{2}$ est axe de symétrie de la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^2 - 6x + 5$.

Indications

- calculer pour tout $h \in \mathbb{R}$, $f(\frac{3}{2} + h)$

- en déduire sans calcul supplémentaire , $f(\frac{3}{2} - h)$ en remplaçant h par – h

- comparer $f(\frac{3}{2} + h)$ et $f(\frac{3}{2} - h)$, et conclure

Si pour tout h tel que a + h et a – h $\in D_f$, f(a + h) + f(a – h) = 2b ,
alors le point de coordonnées (a;b) est centre de symétrie de C_f

exemple 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{2\}$ par $f(x) = \frac{-2x^2 + 6x - 3}{x - 2}$

Montrer que A(2;–2) est centre de symétrie de la courbe de f

Indications

- calculer pour tout $h \in \mathbb{R}$, f(2 + h)

- en déduire sans calcul supplémentaire , f(2 – h) en remplaçant h par – h

- calculer $\frac{f(2 + h) + f(2 - h)}{2}$ et conclure

Exercice

Montrer que le point I(0;–4) est centre de symétrie de la courbe représentative de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 5x^2 - 4$