

méthodes sur comparaisons de limites de suites et de fonctions

théorèmes de comparaison sur les suites

exemple 1

Soit (u_n) une suite définie par $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = u_n^2 + 1 \end{cases}$.

Montrer par récurrence que pour tout $n \geq 0$, $u_n \geq 2^n$. En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

exemple 2

Soit (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 6 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1 \end{cases}$

Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n , $2 \leq u_n \leq 6$

On suppose que la suite (u_n) est convergente. Donner un encadrement de sa limite

théorème des gendarmes sur les suites

exemple 3

Calculer la limite de la suite (u_n) définie par : $u_n = \frac{\cos n + \sin n}{n}$

exemple 4

On considère la suite de terme général $\frac{n}{n^2 + 1} + \frac{n}{n^2 + 2} + \dots + \frac{n}{n^2 + n}$

- Quel est le nombre de termes de la suite (u_n) ?
- Parmi les termes de la somme définissant u_n , quel est le plus petit ? le plus grand ?
- En déduire un encadrement de u_n , puis la limite de la suite (u_n)

théorèmes de comparaison sur les fonctions

exemple 5

$\lim_{x \rightarrow +\infty} x e^{\sin x}$

théorème des gendarmes sur les fonctions

exemple 6

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x}$

$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$