

Théorème des valeurs intermédiaires

**Si f est continue sur $[a;b]$ et k compris entre $f(a)$ et $f(b)$
alors l'équation $f(x) = k$ admet au moins une solution sur $[a;b]$**

cas 1 : Montrer qu'une équation $f(x) = k$ admet au moins une solution sur $[a;b]$

- calculer $f(a)$ et $f(b)$
- montrer que $f(a) \leq k \leq f(b)$ ou $f(b) \leq k \leq f(a)$
- conclure à l'aide de la continuité de f sur $[a;b]$

exemple 1

Montrer que l'équation $x^3 + 4x^2 + 4x + 2 = 0$ admet au moins une solution dans $[-3 ; -1]$

cas 2 : Montrer qu'une équation $f(x) = g(x)$ admet au moins une solution sur $[a;b]$

- transformer l'équation en $f(x) - g(x) = 0$
- calculer $f(a) - g(a)$ et $f(b) - g(b)$ et vérifier que l'un est négatif et l'autre positif
- conclure à l'aide de la continuité de $f - g$ sur $[a,b]$

exemple 2

Démontrer que l'équation $\cos(2x) = 2 \sin x - 2$ admet au moins une solution dans l'intervalle

$[-\frac{\pi}{6} ; \frac{\pi}{2}]$.